

Komplex 1. Formale Sprachen und Automaten I (10 Punkte)

Aufgabe 1.01

(2 P)

Welche Beschreibungsmächtigkeit besitzen NEAs, DEAs und reguläre Ausdrücke bezüglich der Chomsky-Hierarchie? Geben Sie den entsprechenden Typ an.

NEAs:

DEAs:

Reguläre Ausdrücke:

Aufgabe 1.01

(4 P)

Kennzeichnen Sie jeweils durch Auswahl (Ja | Nein) welche Produktionsregeln Bestandteil einer **Typ-2** Grammatik sein könnten. (richtig: +0,5; fehlend oder falsch: -0,5; minimal: 0 P)

Terminalzeichen={a,b}, Nichtterminalzeichen={P,Q}

	Ja Nein		Ja Nein
a) $P = 'a''b''a';$	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	b) $PQ = 'a'Q'a';$	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
c) $P = P'b''a''b'P;$	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	d) $P = Q;$	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
e) $'a' = P;$	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	f) $'a'P'a' = 'a'P'a''a';$	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
g) $P = QQ;$	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	h) $'a'P = 'b'P;$	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

Aufgabe 1.02

(4 P)

Geben Sie eine **Typ-3**-Grammatik für folgende Sprache an:

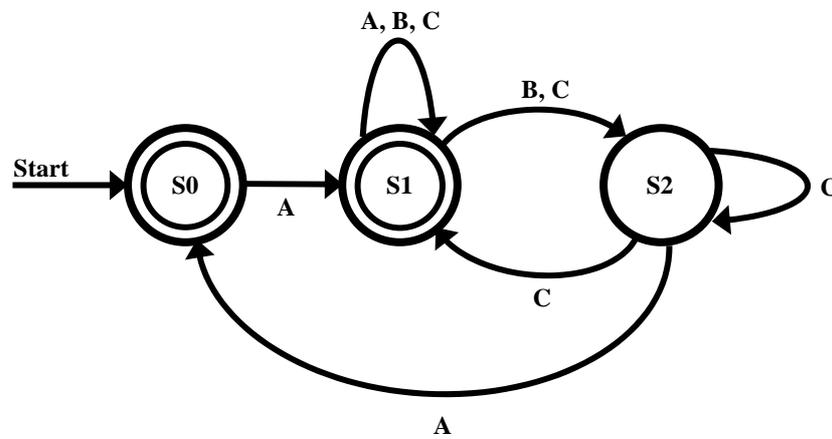
Die Sprache beinhaltet Wörter über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Die Wörter haben mindestens die Länge 1 und enthalten höchstens 2 mal das Zeichen „1“.

Komplex 2. Formale Sprachen und Automaten II (10 Punkte)**Aufgabe 2.01****(5 P)**

Geben Sie die formale Definition für endliche Automaten ohne Ausgabe an und benennen Sie die Bestandteile! Grenzen Sie NEA und DEA voneinander ab!

Aufgabe 2.02**(5 P)**

Bestimmen Sie für folgenden NEA einen äquivalenten DEA! Nutzen Sie die Technik der Teilmengenkonstruktion! Das Eingabealphabet ist: { A, B, C }



Komplex 3. Logik I (10 Punkte)**Aufgabe 3.01****(3 P)**

Geben Sie einen aussagenlogischen Ausdruck in CNF mit folgendem Werteverlauf an:

A	B	C	
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Ergebnis:

Aufgabe 3.02**(3 P)**

Geben Sie den Werteverlauf folgender Operatoren an.

AND:

A	B	A AND B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

NOR:

A	B	A NOR B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

XOR:

A	B	A XOR B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Aufgabe 3.03**(2 P)**

Ist der gegebene aussagenlogische Ausdruck widerspruchsfrei? Begründung!

A → FALSE

Aufgabe 3.04**(2 P)**

Klammern Sie folgenden aussagenlogischen Ausdruck entsprechend der Präzedenz seiner Operatoren:

NOT p OR q AND r NOR s → t AND u ↔ v

Komplex 4. Logik II (10 Punkte)**Aufgabe 4.01****(5 P)**

Gegeben ist folgender aussagenlogischer Ausdruck:

$$\neg [(\mathbf{A} \rightarrow \neg \mathbf{B}) \wedge \mathbf{A} \vee (\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \wedge \neg (\mathbf{A} \wedge \mathbf{A})]$$

Zeigen Sie mit Hilfe der Äquivalenzregeln im Anhang B, dass der oben gegebene Ausdruck und der folgende Ausdruck äquivalent sind:

$$(\mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B}) \wedge (\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B})$$

Hinweis: Kennzeichnen Sie die durchgeführten äquivalenten Umformungen entsprechend der Nummerierung im Anhang B. Wahrheitstabellen sind nicht zulässig.

Aufgabe 4.02**(5 P)**

Gegeben seien folgende Fakten:

- A: „Resolutionsrefutation ist einfach.“
- B: „Resolutionsrefutation ist Bestandteil von MDI 1.“
- C: „Sabine nahm an allen Übungen teil.“
- D: „Sabine mag MDI 1.“

Bestimmen Sie durch Resolutionsrefutation, ob folgende Aussage wahr ist:

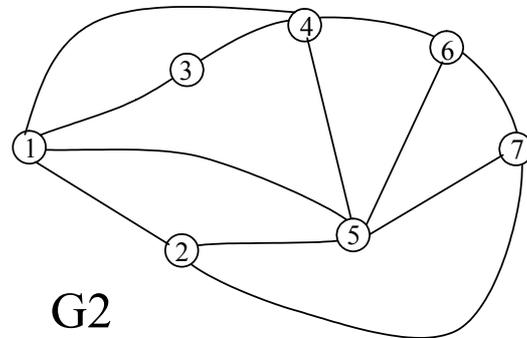
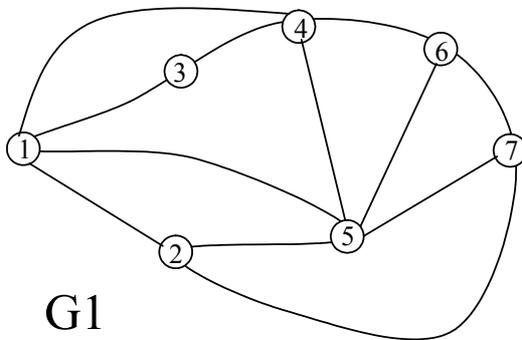
„Wenn $(\neg C \vee \neg D)$ wahr ist und **B** wahr ist sowie $(B \rightarrow D)$ wahr ist und zusätzlich $\neg(A \wedge C)$ wahr ist, dann ist $(D \wedge \neg C)$ eine wahre Aussage!“

Komplex 5. Bäume, Graphen und Netzwerke I (10 Punkte)

Aufgabe 5.01

(4 P)

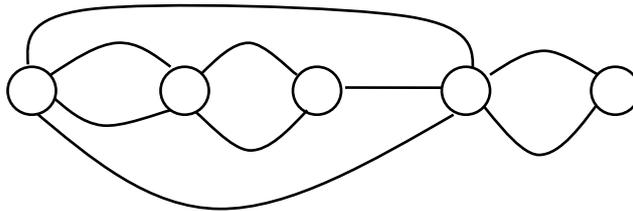
Zeichnen Sie in den Graphen G1 einen DFS-Spannbaum, und in G2 einen BFS-Spannbaum ein. Startknoten ist jeweils der Knoten 1. Geben Sie bei BFS zusätzlich die Tiefe der Knoten im Spannbaum an.



Aufgabe 5.02

(2 P)

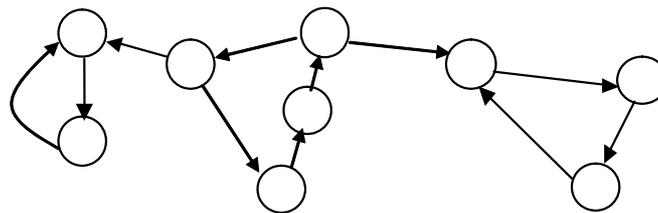
Der unten angegebene Graph besitzt keinen Eulerzyklus. Löschen Sie genau eine Kante, so dass ein Eulerscher Graph entsteht. (Streichen Sie die zu entfernende Kante einfach durch!)



Aufgabe 5.03

(2 P)

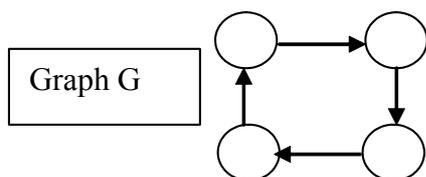
Geben Sie für diesen Graphen die starken Zusammenhangskomponenten an, indem Sie diese „umkringeln“!



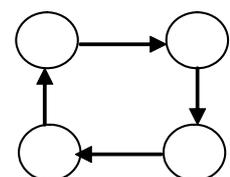
Aufgabe 5.04

(2 P)

Ergänzen Sie den Graphen G so, dass seine transitive Hülle $H(G)$ entsteht!

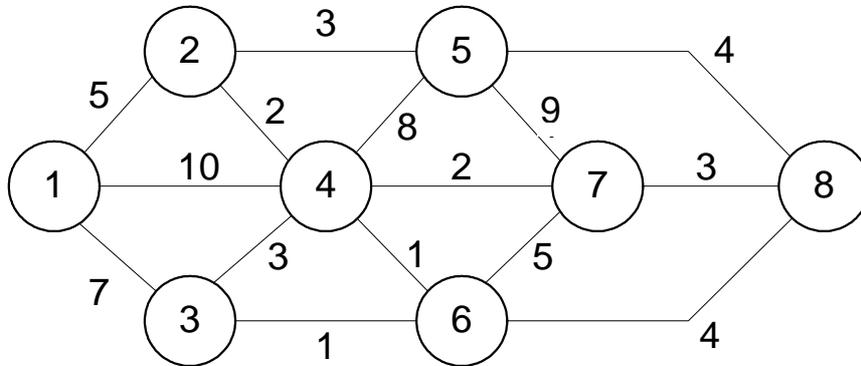


Transitive Hülle $H(G)$
Bitte Kanten hinzufügen!



Komplex 6. Bäume, Graphen und Netzwerke II (10 Punkte)**Aufgabe 6.01****(5 P)**

Bestimmen Sie für den angegebenen Graphen G den minimalen Spannbaum und geben Sie seinen Wert $C(G)$ an!

**Aufgabe 6.02****(5 P)**

- Erstellen Sie für die folgende Schlüsselfolge einen binären Suchbaum. Die Schlüssel sind von links nach rechts abzuarbeiten!
- Geben Sie anschließend die Schlüssel in der Reihenfolge an, wie sie bei einem Inorder-Durchlauf ausgegeben werden?

Schlüsselfolge: 23, 42, 7, 8, 13, 5, 3, 1, 41, 43, 4711

Komplex 7. Hashing (10 Punkte)**Aufgabe 7.01****(2 P)**

Geben Sie die Sondierfunktion $h_i(s)$ für den i -ten Sondierschritt für lineares und quadratisches Hashing an (wie aus dem Skript bekannt).

(a) Lineares Hashing: $h_i(s) =$

(b) Quadratisches Hashing: $h_i(s) =$

Aufgabe 7.02**(8 P)**

Die Schlüsselmenge S sei durch 5-stellige Zahlen aus dem Bereich $[00000, 99999]$ gegeben. Die Hashfunktion ist $h(s) = s \bmod 100$. Bestimmen Sie die Adressen folgender Schlüssel und tragen Sie diese in die Hashtabelle ein. Als Kollisionsauflösungsstrategie ist lineares Sondieren (links) bzw. quadratisches Sondieren (rechts) zu verwenden. Die Schrittweite des Parameters i ist mit 1 gegeben. Erweitern Sie die Tabelle falls nötig.

Hinweis: Falls benötigt, finden Sie weitere Tabellen im Anhang A.

Schlüsselfolge (sequentiell von links nach rechts abuarbeiten):

99907, 66607, 33303, 00005, 77708, 11112, 22203, 88804, 44403

Lineares Sondieren

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

Quadratisches Sondieren

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

Komplex 8. Petri-Netze I (10 Punkte)**Aufgabe 8.01****(3 P)**

Ergänzen Sie die folgenden Definitionen von S-Invariante und T-Invariante!

Ein Vektor $v \in \mathbb{Z}^n$, $v \neq 0$, heißt **S-Invariante** genau dann, wenn

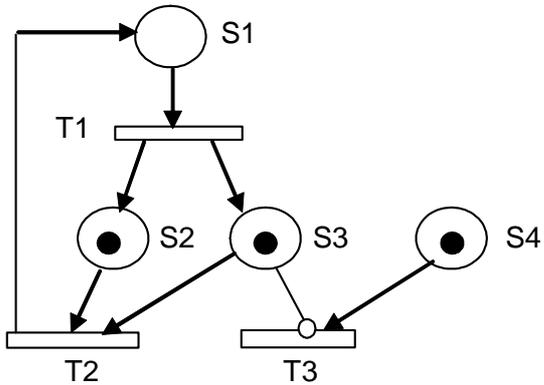
Ein Vektor w aus \mathbb{Z}^m , $w \neq 0$, heißt **T-Invariante** genau dann, wenn

Aufgabe 8.02**(3P)**

Zeichnen Sie das aus dem Skript bekannte unmarkierte(!) S/T-Netz für das Problem des **wechselseitigen Ausschlusses** für zwei Prozesse. Geben Sie drei linear unabhängige S-Invarianten für das von Ihnen erstellte S/T-Netz an. Verwenden Sie die Vektorschreibweise.

Aufgabe 8.03**(4 P)**

Erstellen Sie den Erreichbarkeitsbaum(!) für folgendes S/T-Netz mit der Startmarkierung $M_0 = (0,1,1,1)$. (Beachten Sie die Verbotskante!).



Verwenden Sie die Startmarkierung $(0,1,1,1)$ zur Erstellung des Erreichbarkeitsbaums!

$(0 \ 1 \ 1 \ 1)$

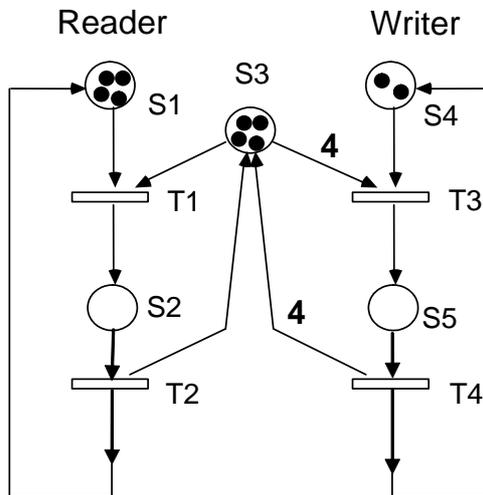


Komplex 9. Petri-Netze II (10 Punkte)

Aufgabe 9.01

(6P)

Bestimmen Sie (möglichst) ohne Rechnung drei linear unabhängige S-Invarianten und zwei linear unabhängige T-Invarianten für das aus dem Skript bekannte S/T-Netz. Beachten Sie die Kantengewichte!



Startmarkierung ist $(4,0,4,2,0)$, d.h.

Anzahl Reader: 4

Anzahl Writer: 2

Geben Sie die S- und T-Invarianten in Vektorschreibweise an!

Aufgabe 9.02

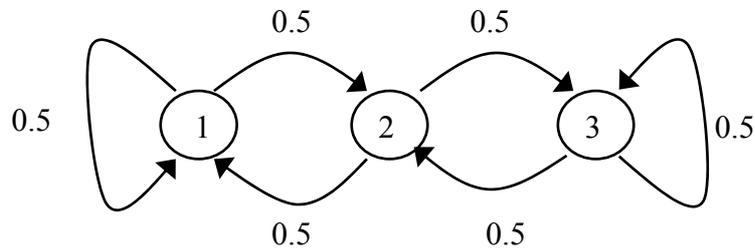
(4 P)

Vervollständigen Sie folgende Definitionen !

- Eine Transition t eines markierten S/T-Netzes heißt tot, wenn
- Eine Transition t eines markierten S/T-Netzes heißt lebendig, wenn
- Ein markiertes S/T-Netz heißt tot, wenn
- Ein markiertes S/T-Netz heißt stark lebendig, wenn

Komplex 10. Stochastische Modelle (10 Punkte)**Aufgabe 10.01****(8 P)**

Berechnen Sie für diese zeitdiskrete Markovkette die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Zeitpunkte $t=1$ und $t=2$ für die zwei unten angegebenen Startverteilungen!



a) Die Startverteilung sei $p(t=0) = (1.0, 0.0, 0.0)$.

$p(t=1) =$

$p(t=2) =$

b) Die Startverteilung sei $p(t=0) = (0.0, 1.0, 0.0)$.

$p(t=1) =$

$p(t=2) =$

c) Welche Eigenschaften besitzt die angegebene Markovkette.

Eigenschaft	Ja	nein
irreduzibel		
aperiodisch		
zeithomogen		
endlich		

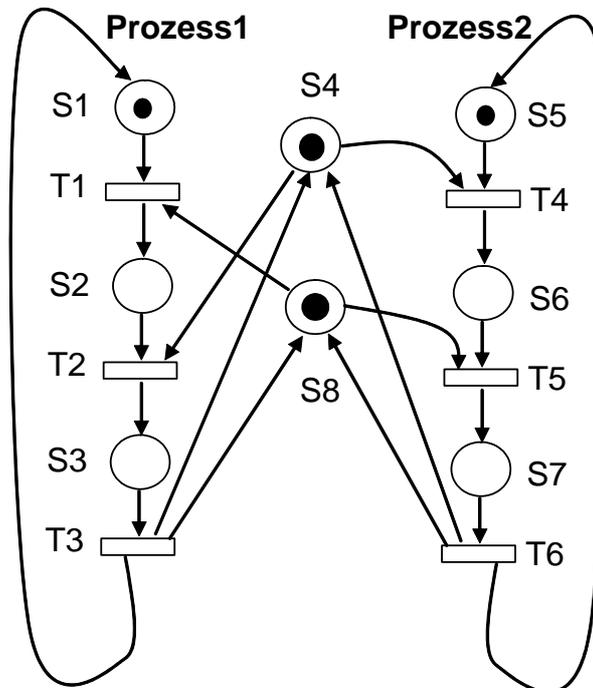
(richtig: +0,5; fehlend oder falsch: -0,5; minimal: 0 P)

Aufgabe 10.02**(2 P)**

Berechnen Sie die ersten 4 Werte x_1, x_2, x_3, x_4 des linearen Kongruenzgenerators (Zufallszahlengenerators), der durch die Parameter $a=7, c=1, m=11$ und $x_0=7$ definiert ist.

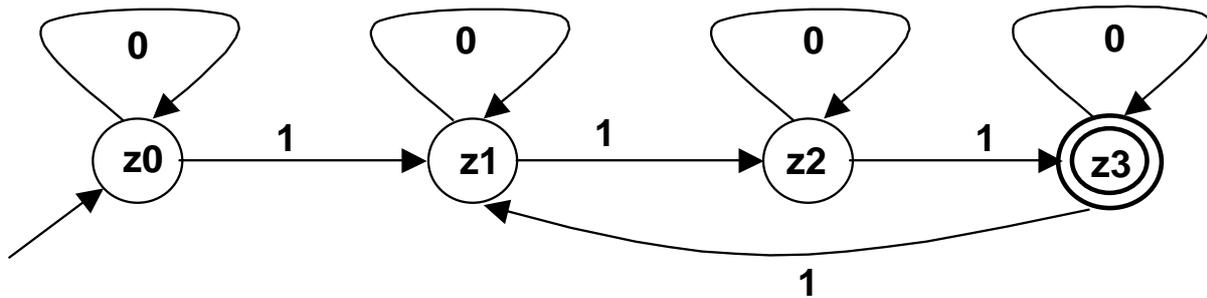
Komplex 11. Automaten u. formale Sprachen / Petrinetze (10 Punkte)**Aufgabe 11.01****(6 P)**

Geben Sie für dieses S/T-Netz (identisch im Skript) zwei Schaltfolgen an.

a) Folgende Schaltfolge reproduziert die Startmarkierung:**b) Folgende Schaltfolge führt in einen Deadlockzustand:**

Aufgabe 11.02**(4 P)**

Geben Sie an, welche der Zeichenketten dieser deterministische Automat (DEA) als Wort seiner Sprache akzeptiert! Kreuzen Sie in der Tabelle jeweils ja oder nein an!
 (Richtig gesetzte Kreuze: 0.5 P; falsch bzw. nicht gesetzte Kreuze: - 0.5 P. Minimal 0 P.)



Zeichenkette	Ja (wird erkannt)	Nein (wird nicht erkannt)
11100000		
00110100		
11101010		
11101101		
00111100		
11001000		
01010101		
10101101		

Anhang A

Weitere Tabellen und Hilfsmittel.

Kennzeichnen Sie, ob eine eventuelle Lösung gewertet werden soll.

(Hier noch mal Aufgabe 7.02 zur Reinschrift, falls nötig.)

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

ANHANG B**Äquivalenzen**

1.	$A \wedge 0 \equiv 0$	Neutralität der Konjunktion
2.	$A \wedge 1 \equiv A$	Identität der Konjunktion
3.	$A \vee 0 \equiv A$	Identität der Disjunktion
4.	$A \vee 1 \equiv 1$	Neutralität der Disjunktion
5.	$A \wedge A \equiv A$	Idempotenz der Konjunktion
6.	$A \vee A \equiv A$	Idempotenz der Disjunktion
7.	$A \wedge \neg A \equiv 0$	Kontradiktion
8.	$A \vee \neg A \equiv 1$	Tautologie
9.	$\neg\neg A \equiv A$	Doppelte Negation
10.	$A \wedge B \equiv B \wedge A$	Kommutativität der Konjunktion
11.	$A \vee B \equiv B \vee A$	Kommutativität der Disjunktion
12.	$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	Distributivität der Konjunktion
13.	$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	Distributivität der Disjunktion
14.	$A \wedge (A \vee B) \equiv A$	Absorptionsgesetz
15.	$A \vee (A \wedge B) \equiv A$	Absorptionsgesetz
16.	$A \vee (\neg A \wedge B) \equiv A \vee B$	Absorptionsgesetz
17.	$A \wedge (\neg A \vee B) \equiv A \wedge B$	Absorptionsgesetz
18.	$\neg (A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$	de Morgansches Gesetz
19.	$\neg (A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$	de Morgansches Gesetz
20.	$(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv A$	
21.	$(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B) \equiv A$	
22.	$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$	Umwandlung von \rightarrow in \vee und \neg
23.	$A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$	Eliminierung von „Doppelpfeilen“
24.	$(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C) \equiv (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C)$	
25.	$(A \vee B) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (B \vee C) \equiv (A \vee \neg C) \wedge (B \vee C)$	